Universidade Estadual do Rio Grande do Sul
Disciplina: Métodos Numéricos
Professora: Edi Terezinha de Oliveira Grings

Solução de sistemas:

Um conjunto de m equações com n variáveis,

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + .... + a_{1n}x_n = b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + .... + a_{2n}x_n = b_2 \\
&\qquad ........ \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + .... + a_{mn}x_n = b_m
\end{aligned}
\tag{1}
$$

pode ser escrito na forma:

$$
A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}
\tag{2}
$$

A matriz A tem m linhas e n colunas, então a dimensão da matriz é expressa como m x n.

Matriz inversa;

Para resolver o sistema, soluciona-se a equação matricial Ax=b. Para encontrar o valor de x “divide-se” A por b. Este procedimento é desenvolvido a partir do conceito de matriz inversa. A inversa da matriz A é chamada $A^{-1}$ e é definida como:

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I \tag{3}$$

onde *I* é a matriz identidade. Usando esta propriedade, nós multiplicamos ambos os lados da equação pela matriz inversa:

$$A^{-1}Ax = A^{-1}b \tag{4}$$

portanto a solução será:

$$x = A^{-1}b \tag{5}$$

Solução de Sistemas no MATLAB:

Vamos resolver o seguinte sistema usando a matriz inversa:
2x+9y=5
3x-4y=7

A matriz A e o vetor b correspodentes são:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}. \quad \text{e} \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

A representação de uma matriz e um vetor no MATLAB são feitos da seguinte forma:

```
EDU» A=[2 9;3 -4]
A =
    2    9
    3   -4
EDU» b=[5;7]
b =
    5
    7
```

A matriz inversa é encontrada com os comandos **A^-1** ou **inv(A):**

```
EDU» A^-1
ans =
  0.1143    0.2571
   0.0857   -0.0571
EDU» inv(A)
ans =
  0.1143    0.2571
   0.0857   -0.0571
```

Portanto, a solução do sistema no MATLAB pode ser encontrada usando:

```
EDU» x=inv(A)*b
x =
   2.3714
   0.0286
```

Na solução de sistemas não lineares usamos a matriz jacobiana, isto é, uma matriz que contém todas as derivadas parciais de todas as componentes da função. No MATLAB a matriz jacobiana pode ser encontrada após a declaração das variáveis como simbólica, através do comando **syms.** O comando utilizado para determinar a matriz jacobiana é **jacobian.**

```
EDU» syms x y
EDU» jacobian(2*x^3-y^2-1,[x y])
ans =
[ 6*x^2,  -2*y]
```

**ou**

```
EDU» jacobian([2*x^3-y^2-1;x*y^3-y-4],[x y])
ans =
[     6*x^2,       -2*y]
[       y^3, 3*x*y^2-1]
```

O comando **roots** pode ser utilizado para encontrar a raíz de polinômios. Para isto os coeficientes do polinômio devem ser declarados como um vetor. Para a função y=x^3-9*x+3.

```
EDU» p =[1 0 -9 3]
p =
   1    0   -9    3
EDU» roots(p)
ans =
  -3.1545
   2.8169
   0.3376
```

Na solução de sistemas não lineares usamos a matriz jacobiana, isto é, uma matriz que contém todas as derivadas parciais de todas as componentes da função. No MATLAB a matriz jacobiana pode ser encontrada após a declaração das variáveis como simbólica, através do comando **syms.** O comando utilizado para determinar a matriz jacobiana é **jacobian.**

```
EDU» syms x y
EDU» jacobian(2*x^3-y^2-1,[x y])
ans =
[ 6*x^2,  -2*y]
```

**ou**

```
EDU» jacobian([2*x^3-y^2-1;x*y^3-y-4],[x y])
ans =
[     6*x^2,      -2*y]
[       y^3, 3*x*y^2-1]
```